الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | مديرية التربية لولاية تيارت

امتحان البكالوريا التجريبي | ثانوية: قاديري خالد - السوقر

الشعبة: علوم تجريبية | ماي 2021

اختبار في مادة الرياضيات | المدة: 03 سا و30د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين

الموضوع الأول

التمرين الأول :(5 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 3 - \frac{2}{u_n}$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2 < u_n \le 3$

2) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة واستنتج أنها متقاربة

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = \ln\left(\frac{u_n - 1}{u_n - 2}\right)$

أ- بين أن (v_n) متتالية حسابية أساسها $\ln 2$ ،احسب حدها الأول

ب - أكتب v_n بدلالة n ثم بين أن $u_n = \frac{2^{n+2} - 1}{2^{n+1} - 1}$ ، احسب $\lim u_n$

4) أ- احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$

ب - بين أن: $\left(\frac{u_0 - 1}{u_0 - 2}\right) \times \left(\frac{u_1 - 1}{u_1 - 2}\right) \times \left(\frac{u_2 - 1}{u_2 - 2}\right) \times \dots\dots\dots \times \left(\frac{u_n - 1}{u_n - 2}\right) = 2^{\frac{(n+1)(n+2)}{2}}$

التمرين الثاني :(4 نقاط)

1) عين قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون : $A_n^2 = 30$

2) كيس يحتوي على 6 كريات متماثلة منها 3 كريات سوداء وكريتين خضراوين و كرة حمراء

نسحب عشوائيا من الكيس كريتين على التوالي بدون إرجاع الكرية المسحوبة

نعتبر الحوادث التالية: A (الحصول على كرية واحدة سوداء)

B (الحصول كرية واحدة خضراء)

C (الحصول على كرية سوداء و كرية خضراء)

D (الحصول على الأقل على كرية سوداء)

بين ان احتمال الحادثة A هو : $P(A) = \frac{3}{5}$ ، ثم احسب احتمال الحوادث: B ، C ، D

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الألوان على الكريات المسحوبة

عين قيم X ثم عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب الامل الرياضي

التمرين الثالث :(4 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - 10z + 50 = 0$

2) المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، A و B نقطتان لاحقتاهما على الترتيب

$z_A = 5+5i$ و $z_B = 5-5i$

أ- علم النقطتين A و B .

ب - أكتب z_A ، z_B و $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الأسي. و استنتج طبيعة المثلث OAB

ج - بين أن : $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2021} - \left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1442} = 1 + i$

3) ليكن C مرجح الجملة $\{(A;1) ; (B;-1);(O;1)\}$.

ما هي طبيعة الرباعي $OBAC$ ؟ استنتج z_C لاحقة C. علم النقطة C

4) لتكن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MO}\| = 5\sqrt{2}$

تحقق أن النقطة A تنتمي إلى (Γ) ، ثم عين (Γ) و انشئها

التمرين الرابع :(7 نقاط)

I) الدالة g معرفة على المجال $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x) = (2x+1)e^x - 1$

1) احسب نهايتي g عند $+\infty$ وعند $-\infty$ ثم ادرس اتجاه تغير g وشكل جدول تغيراتها

2) احسب $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) الدالة f معرفة على المجال $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x) = x\left(1-e^{-x}\right)^2$

(C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب نهايتي f عند $+\infty$ وعند $-\infty$

2) أ- احسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-x]$ فسر النتيجة هندسيا

ب- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة لمستقيمه المقارب المائل (Δ)

3) أ- أثبت أنه ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \left(e^{-x}-1\right)g(-x)$

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها ، ماذا تستنتج بالنسبة للنقطة ذات الفاصلة 0؟

4) ارسم المنحنى (C_f) على المجال $[-1;+\infty[$

5) m وسيط حقيقي ، عين قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = mx$ ثلاث حلول

الموضوع الثاني

التمرين الأول :(5 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $3u_{n+1} = u_n + 4n + 4$

1) احسب u_1 ، u_2 ، u_3

2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 0$

ب - استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 1$ فإن: $u_n > \frac{4}{3}n$ ثم احسب نهاية (u_n)

3) لتكن المتتالية (v_n) حيث: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n - 2n + 1$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

ب- أكتب v_n ثم u_n بدلالة n ، ثم أحسب نهاية المتتالية (u_n)

4) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots\cdots + u_n$

5) لتكن المتتالية (w_n) المعرفة بحدها الأول $w_0 = -1$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n:

$$nw_n = (n+1)w_{n-1} + 3$$

احسب w_1 ، w_2 ، w_3 و w_4 ما تخمينك حول طبيعة المتتالية (w_n)؟

برهن على أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $w_n = 2n - 1$

التمرين الثاني :(4 نقاط)

1) عين قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $C_n^3 = 12(n-2)$

2) كيس يحتوي على 9 قريصات متماثلة منها اربع قريصات بيضاء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 1 ، 2 وثلا ث قريصات حمراء مرقمة بـ: 2 ، 2 ، 2 و قريصتين سوداوين مرقمتين بـ: 1 ، 2

نسحب عشوائيا من الكيس 3 قريصات في آن واحد

ونعتبر الحادثتين :

A (الحصول على 3 قريصات من نفس اللون)

B (الحصول على 3 قريصات تحمل نفس الرقم)

أ- بين ان احتمال الحادثة A هو : $P(A) = \frac{5}{84}$

ب - احسب احتمال كل حادثة من الحوادث التالية : B ، $A \cap B$ ، $A \cup B$

3)- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الارقام على الكريات المسحوبة

عين قيم X ثم عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي

التمرين الثالث:(4 نقاط)

1) حل في ℂ المعادلة $(i\overline{z}-1+i)(z^2-2\sqrt{3}z+4)=0$

2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقطتين A و B لاحقتاهما على الترتيب $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\sqrt{3}-i$ و $z_C=-1+i$

أ- أكتب z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي.

ب - أكتب العدد $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الأسي واستنتج طبيعة المثلث ABC

ج - عين z_D لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $ACDB$ مستطيل

3) اكتب العدد $z_A\times z_C$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي واستنتج قيمتي $\cos\left(\dfrac{11\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\dfrac{11\pi}{12}\right)$

4) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث: $\arg(z_A-z)-\arg(z_B-z)=\pi+2k\pi$ و $(k\in\mathbb{Z})$

التمرين الرابع :(7 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $I=]-1;1[\cup]1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{1}{x-1}+\ln(x+1)$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-1}f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}f(x)$ فسر النتائج بيانيا

احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) بين أنه من أجل كل x من I ، $f'(x)=\dfrac{x(x-3)}{(x+1)(x-1)^2}$

ادرس اتجاه تغير f ، ثم شكل جدول تغيراتها

3) (γ) المنحنى ذو المعادلة $y=\ln x$

أ- تحقق من أن $f(x)-\ln x=\dfrac{1}{x-1}+\ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$

ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\ln x\right]$ وماذا تستنتج؟

ج- بين أنه من أجل كل x من $]1;+\infty[$ ، $\dfrac{x+1}{x}>1$ ، واستنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) و (γ) على $]1;+\infty[$

4) ارسم (γ) و (C_f)

5) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ كما يلي: $h(x)=\dfrac{1}{|x+1|-2}+\ln|x+1|$

(C_h) المنحنى الممثل للدالة h في معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x=-1$ محور تناظر للمنحنى (C_h)

ب - بين أنه من أجل كل x من $I=]-1;1[\cup]1;+\infty[$ ، $h(x)=f(x)$

ج- ارسم (C_h) في نفس المعلم

الموضوع الأول

التمرين الأول :

1) **البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي** n ، $2<u_n\le 3$

من أجل $n=0$ ، $2<u_0\le 3$ محققة

نفرض أنه لكل n من $\mathbb{N}$ ، $2<u_n\le 3$ ونبرهن أن $2<u_{n+1}\le 3$

لدينا $2<u_n\le 3$ تكافئ $-1<-\frac{2}{u_n}\le -\frac{2}{3}$ ومنه $2<u_{n+1}\le 3$

2) **بين أن المتتالية (u_n) متناقصة واستنتج أنها متقاربة**

$$u_{n+1}-u_n=\frac{-u_n^2+3u_n-2}{u_n}$$

$-u_n^2+3u_n-2=0$ تعني $u_n=2$ أو $u_n=1$

u_n	2	3
$-u_n^2+3u_n-2$	0	—

المتتالية (u_n) متناقصة

الاستنتاج: بما أن (u_n) متناقصة ومحدودة من الاسفل فهي متقاربة

3) أ- **بين أن (v_n) متتالية حسابية أساسها** $\ln 2$

$$v_{n+1}=\ln\left(\frac{u_{n+1}-1}{u_{n+1}-2}\right)=\ln\left(\frac{2u_n-2}{u_n-2}\right)=\ln\left(2\times\frac{u_n-1}{u_n-2}\right)$$

$$v_{n+1}=\ln 2+\ln\left(\frac{u_n-1}{u_n-2}\right)=\ln 2+v_n$$

ومنه (v_n) حسابية أساسها $\ln 2$ وحدها الأول $v_0=\ln 2$

ب - v_n **بدلالة** n : $v_n=\ln 2+n\ln 2=(n+1)\ln 2=\ln 2^{n+1}$

لدينا $v_n=\ln\left(\frac{u_n-1}{u_n-2}\right)$ ومنه $e^{v_n}=\frac{u_n-1}{u_n-2}$

أي $u_ne^{v_n}-2e^{v_n}=u_n-1$ ومنه $u_n=\frac{2e^{v_n}-1}{e^{v_n}-1}$

$$u_n=\frac{2e^{\ln 2^{n+1}}-1}{e^{\ln 2^{n+1}}-1}=\frac{2^{n+2}-1}{2^{n+1}-1}$$

$$\lim u_n=\lim\frac{2^{n+1}\left(2-\frac{1}{2^{n+1}}\right)}{2^{n+1}\left(1-\frac{1}{2^{n+1}}\right)}=2$$

4) أ- **حساب S_n بدلالة** n :

$$S_n=\frac{n+1}{2}(\ln 2+\ln 2^{n+1})=\frac{(n+1)(\ln 2^{n+2})}{2}$$

$$S_n=\frac{(n+1)(n+2)}{2}\ln 2=\ln 2^{\frac{(n+1)(n+2)}{2}}$$

ب -

$$T_n=\left(\frac{u_0-1}{u_0-2}\right)\times\left(\frac{u_1-1}{u_1-2}\right)\times\left(\frac{u_2-1}{u_2-2}\right)\times.....\times\left(\frac{u_n-1}{u_n-2}\right)$$

$$T_n=e^{v_0}\times e^{v_1}\times e^{v_2}\times....\times e^{v_n}=e^{S_n}=2^{\frac{(n+1)(n+2)}{2}}$$

التمرين الثاني :(4 نقاط)

1) **تعيين قيمة** n : $A_n^2=30$ تعني $\frac{n!}{(n-2)!}=30$ ومنه

$\frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!}=30$ أي $n(n-1)=30$ أي $n^2-n-30=0$

$n=6$ أو $n=-5\notin\mathbb{N}$

2)

$$P(A)=\frac{2(A_3^1\times A_3^1)}{A_6^2}=\frac{10}{30}=\frac{3}{5}$$

$$P(B)=\frac{2(A_2^1\times A_4^1)}{A_6^2}=\frac{16}{30}=\frac{8}{15}$$

$$P(C)=\frac{2(A_3^1\times A_2^1)}{A_6^2}=\frac{12}{30}=\frac{2}{5}$$

$$P(D)=\frac{2(A_3^1\times A_3^1)+A_3^2}{A_6^2}=\frac{24}{30}=\frac{4}{5}$$

3) قيم X هي $\{0;1\}$

قيم X	1	2
الاحتمال	$\frac{4}{15}$	$\frac{11}{15}$

$$E(x)=1\times\frac{4}{15}+2\times\frac{11}{15}=\frac{26}{15}\simeq 1.73$$

التمرين الثالث :(4 نقاط)

1) $z^2-10z+50=0$

$\Delta=-100=(10i)^2$ ، $z_1=5+5i$ ، $z_2=5-5i$

2) ب - $z_A=5\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B=5\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$

$$\frac{z_A}{z_B}=\frac{5\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}{5\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}}=e^{i\frac{\pi}{2}}$$

المثلث OAB قائم في A ومتساوي الساقين

$$\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2021}=\left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^{2021}=e^{i\frac{2021\pi}{2}}=e^{i(1010\pi+\frac{\pi}{2})}=e^{i\frac{\pi}{2}}=i$$

$$\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1442}=\left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^{1442}=e^{i\frac{1442\pi}{2}}=e^{i(721\pi)}=e^{i\pi}=-1$$

ومنه $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2021}-\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1442}=1+i$

3) لدينا $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CO}=\vec{0}$ ومنه $\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CO}=\vec{0}$

أي $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BO}=\vec{0}$ أي $\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{OB}$

وبالتالي الرباعي $OBAC$ متوازي أضلاع

$$z_C=z_C-z_B+z_O=10i$$

4) لدينا $\|\overrightarrow{AA}-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AO}\|=\|\overrightarrow{OB}\|=5\sqrt{2}$ أي $A\in(\Gamma)$

لدينا $\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MO}\|=5\sqrt{2}$ تعني $\|\overrightarrow{MC}\|=5\sqrt{2}$

(Γ) دائرة مركزها C ونصف قطرها $5\sqrt{2}$

التمرين الرابع :(7 نقاط)

I) 1) $\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$

$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty}\left[2xe^{x} + e^{x} - 1\right] = -1$

$g'(x) = (2x+3)e^{x}$

x	$-\infty$ 1.5- 0 $+\infty$
$g'(x)$	− 0 +
$g(x)$	-1 ↘ $-2e^{\frac{-3}{2}}-1$ ↗ 0 ↗ $+\infty$

2) $g(0)=0$ ، $g(x)<0$ على $]-\infty;0[$ و $g(x)>0$ على $]0;+\infty[$

II) $f(x) = x\left(1-e^{-x}\right)^{2}$

1) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

2) أ- $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right] = \lim_{x\to+\infty}\left[xe^{-x}(e^{-x}-2)\right] = 0$ ، المستقيم $(\Delta): y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$

ب- $e^{-x}-2 \geq 0$ تكافئ $e^{-x} \geq 2$ تكافئ $-x \geq \ln 2$ تكافئ $x \leq -\ln 2$

x	$-\infty$	$-\ln 2$	0	$+\infty$
x	−		− 0	+
$e^{-x}-2$	+	0	−	−
$f(x)-x$	−	0	+ 0	−
الوضع النسبي	(C_f) تحت (Δ)		(C_f) فوق (Δ)	(C_f) تحت (Δ)

3) أ- $f(x) = \left(1-e^{-x}\right)^{2} - 2xe^{-x}\left(1-e^{-x}\right) = \left(1-e^{-x}\right)\left[1-e^{-x}-2xe^{-x}\right]$

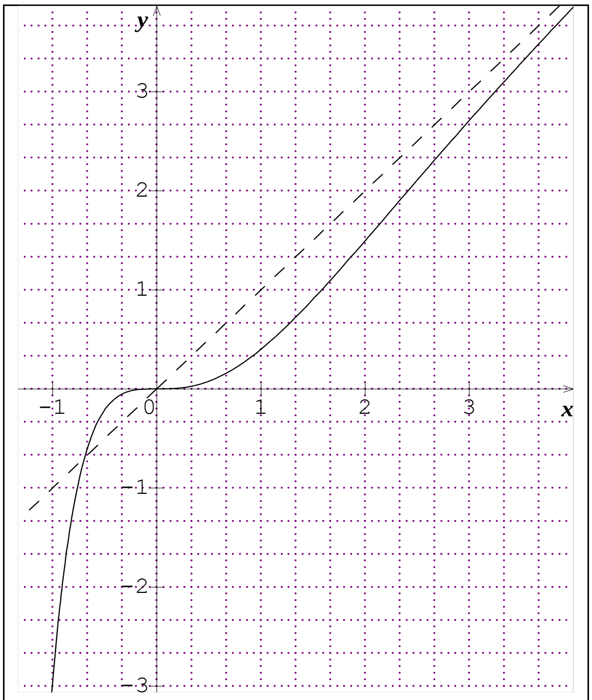
$f'(x) = \left(e^{-x}-1\right)\left[(-2x+1)e^{-x}-1\right] = \left(e^{-x}-1\right)g(-x)$

ب –

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(-x)$	+	0	−
$e^{-x}-1$	+	0	−
$f'(x)$	+	0	+

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	+
$f'(x)$	$-\infty$ ↗		$+\infty$

النقطة ذات الفاصلة 0 هي نقطة انعطاف



4) رسم المنحنى (C_f) على المجال $]-1;+\infty[$, $f(-1) \approx -3$

5) حلول المعادلة $f(x)=mx$ هي فواصل نقط تقاطع والمستقيمات المعرفة بالمعادلة $y=mx$

قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x)=mx$ ثلاث حلول هي $0<m<1$

التمرين الأول :(5 نقاط):1) $u_0=3$ ، $u_{n+1}=\frac{u_n+4n+4}{3}$

$u_1=\frac{7}{3}$ ، $u_2=\frac{31}{9}$ ، $u_3=\frac{139}{27}$

التمرين الثاني :(4 نقاط)

1) تعيين قيمة n : $C_n^3 = 12(n-2)$ تعني $\frac{n!}{(n-2)!\cdot 3!} = 12(n-2)$

2) البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n>0$

أجل $n=0$ ، $u_0>0$ محققة

نفرض أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $u_n>0$ ونبرهن أن: $u_{n+1}>0$

لدينا لكل n من $\mathbb{N}$ ، $u_n>0$ و $4n+4>0$ ومنه $u_{n+1}>0$

ب – لدينا لكل $n\ge 1$ ، $u_{n-1}>0$ ولدينا $3u_n=u_{n-1}+4(n-1)+4$

تكافئ $u_{n-1}=3u_n-4n$ ومنه $3u_n-4n>0$ أي $u_n>\frac{4}{3}n$

لدينا $\lim\frac{4}{3}n=+\infty$ و $u_n>\frac{4}{3}n$ ومنه $\lim u_n=+\infty$

3) أ- $v_{n+1}=u_{n+1}-2n-1=\dfrac{u_n+4n+4}{3}-2n-1=\dfrac{1}{3}v_n$

(v_n) متتالية هندسية يطلب أساسها $\frac{1}{3}$ و حدها الأول $v_n=4$

ب- $v_n=4\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$

لدينا $u_n=v_n+2n-1$ ومنه $u_n=4\left(\dfrac{1}{3}\right)^n+2n-1$

$$\lim u_n=\lim\left[4\left(\frac{1}{3}\right)^n+2n-1\right]=+\infty$$

4) حساب S_n بدلالة n : لدينا $u_n=v_n+2n-1$

$S_n=(v_0-1)+(v_1+1)+(v_2+3)+\cdots+(v_n+2n-1)$

ومنه $S_n=(v_0+v_1+v_2+...+v_n)+\left[-1+1+3+\cdots+(2n-1)\right]$

$$S_n=v_0\left(\frac{1-q^n}{1-q}\right)+\frac{n+1}{2}\left[-1+(2n-1)\right]$$

$$S_n=v_0\left(\frac{1-q^n}{1-q}\right)+\frac{n+1}{2}\left[-1+(2n-1)\right]$$

$$S_n=6\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right]+n^2-1$$

5) $w_1=1$ ، $w_2=3$ ، $w_3=5$ ، $w_4=7$

التخمين حول طبيعة المتتالية (w_n) : حسابية أساسها 2

برهن على أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $w_n=2n-1$

أجل $n=0$ ، $w_0=-1$ محققة

نفرض أن $w_n=2n-1$ ونبرهن أن: $w_{n+1}=2n+1$

$$w_{n+1}=\frac{(n+2)w_n+3}{n+1}=\frac{(n+2)(2n-1)+3}{n+1}=\frac{2n^2+3n+1}{n+1}$$

$$w_{n+1}=\frac{2n^2+3n+1}{n+1}=\frac{(2n+1)(n+1)}{n+1}=2n+1$$

$\dfrac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!\cdot 3!}=12(n-2)$ ومنه $n^2-n-72=0$

أي $\Delta=289=17^2$ ، $n=9$ أو $n=-8\notin\mathbb{N}$

2) $P(A)=\dfrac{C_4^3+C_3^3}{C_9^3}=\dfrac{5}{84}$ ، $P(B)=\dfrac{C_4^3+C_5^3}{C_9^3}=\dfrac{14}{84}=\dfrac{1}{6}$

$$P(A\cap B)=\frac{C_3^3+C_3^3}{C_9^3}=\frac{2}{84}=\frac{1}{42}$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{5}{84}+\frac{14}{84}-\frac{2}{84}=\frac{17}{84}$$

3)- قيم X هي $\{3;4;5:6\}$

$P(x=3)=\dfrac{C_4^3}{84}=\dfrac{4}{84}=\dfrac{1}{21}$ ، $P(x=4)=\dfrac{C_4^2\times C_5^1}{84}=\dfrac{30}{84}=\dfrac{15}{42}$

$P(x=5)=\dfrac{C_4^1\times C_5^2}{84}=\dfrac{40}{84}=\dfrac{10}{21}$ ، $P(x=6)=\dfrac{C_5^3}{84}=\dfrac{10}{84}=\dfrac{5}{42}$

قيم X	3	4	5	6
الاحتمال	$\frac{4}{84}$	$\frac{30}{84}$	$\frac{40}{84}$	$\frac{10}{84}$

الأمل الرياضياتي

$E(x)=\dfrac{14}{3}\simeq 4.66$

التمرين الثالث:(4 نقاط)

1) حل المعادلة $(i\bar{z}-1+i)(z^2-2\sqrt{3}z+4)=0$

إما $i\bar{z}-1+i=0$ تعني $\bar{z}=\dfrac{1-i}{i}\times\dfrac{-i}{-i}=-1-i$

أي $z=-1+i$

أو $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$

$\Delta=-4=(2i)^2$ ، $z_1=\sqrt{3}+i$ ، $z_2=\sqrt{3}-i$

2) أ- $z_A=2e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_B=2e^{-i\frac{\pi}{6}}$ و $z_C=\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$

ب - $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\dfrac{-1-\sqrt{3}}{-2i}\times\dfrac{i}{i}=\dfrac{-1-\sqrt{3}}{2}i=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}e^{-i\frac{\pi}{2}}$

طبيعة المثلث ABC : قائم في A

ج - $ACDB$ مستطيل يعني $z_C-z_A=z_D-z_B$ أي $z_D=-1-i$

3) $z_A\times z_C=(\sqrt{3}+i)(-1+i)=-\sqrt{3}-1+(\sqrt{3}-1)i$

$$z_A\times z_C=(2e^{i\frac{\pi}{6}})(\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}})=2\sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{6}+\frac{3\pi}{4}\right)}=2\sqrt{2}e^{i\left(\frac{11\pi}{12}\right)}$$

$\cos\left(\dfrac{11\pi}{12}\right)=\dfrac{-\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$ و $\sin\left(\dfrac{11\pi}{12}\right)=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

4) $\arg\left(\dfrac{z_A-z}{z_B-z}\right)=\pi+2k\pi$ تعني $(\overrightarrow{MB};\overrightarrow{MA})=\pi+2k\pi$

مجموعة النقط $M(z)$ هي القطعة المستقيمة $]A;B[$

التمرين الرابع :(7 نقاط) $f(x)=\dfrac{1}{x-1}+\ln(x+1)$

1) $\lim_{x \xrightarrow{>} 1} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \xrightarrow{<} 1} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \xrightarrow{>} -1} f(x) = -\infty$ **التفسير:** $x=1$ و $x=-1$ **مستقيمان مقاربان عموديان**

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

2) $$f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x+1} = \frac{-x-1+(x-1)^2}{(x+1)(x-1)^2} = \frac{x(x-3)}{(x+1)(x-1)^2}$$

x	-1		0		1		3		$+\infty$
x		−	0	+	‖	+		+	
$x-3$		−		−	‖	−	0	+	
$x+1$		+		+	‖	+	0	+	
$f'(x)$		+	0	−	‖	−	0	+	

f **متزايدة تماما على** $]-1;0]$ **وعلى** $[3;+\infty[$ ، f **متناقصة تماما على** $]1;3]$ **وعلى** $[0;1[$

3) (γ) **المنحنى ذو المعادلة** $y = \ln x$

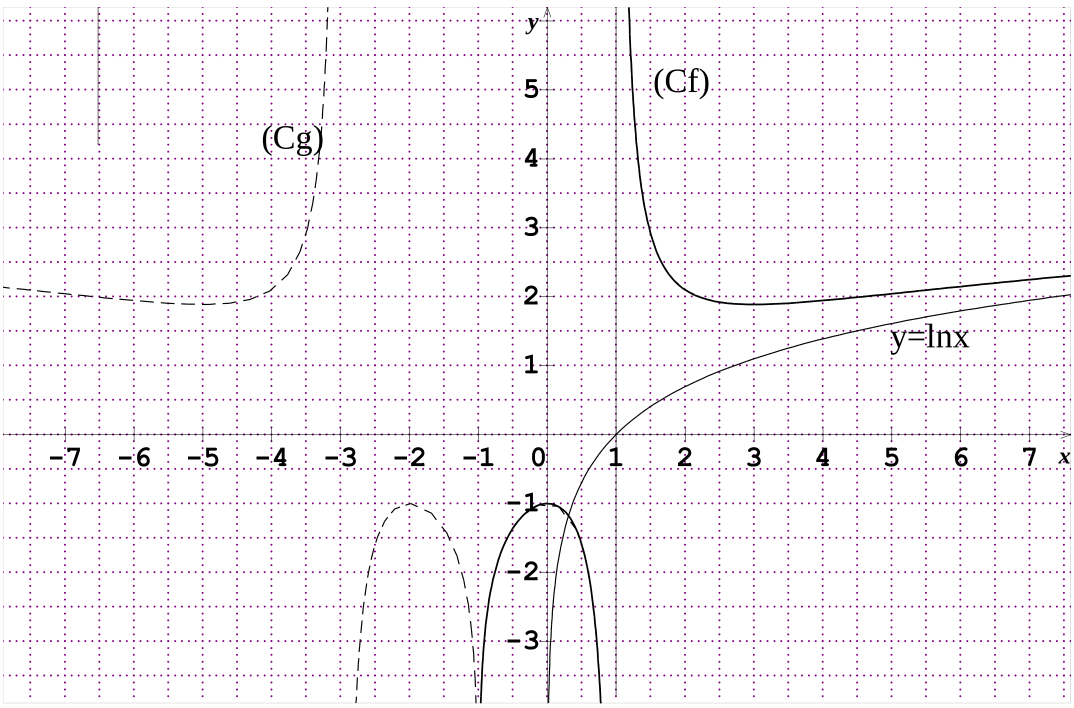
أ- تحقق من أن $f(x) - \ln x = \frac{1}{x-1} + \ln(x+1) - \ln(x) = \frac{1}{x-1} + \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$

ب- $\lim_{x \to +\infty}\left[f(x) - \ln x\right] = 0$ **وتستنتج أن:** (C_f) **و** (γ) **متقاربان عند** $+\infty$

ج- لدينا من أجل كل x **من** $]1;+\infty[$ ، $x+1 > x$ **ومنه** $\frac{x+1}{x} > 1$ ،

لدينا من أجل كل x **من** $]1;+\infty[$ ، $\ln\left(\frac{x+1}{x}\right) > 0$ **و** $\frac{1}{x-1} > 0$ **ومنه** $f(x) - \ln x > 0$ **ومنه** (C_f) **فوق** (γ) **على** $]1;+\infty[$

4)



5) **أ-** $h(-2-x) = \frac{1}{|-x-1|-2} + \ln|-x-1| = \frac{1}{|x+1|-2} + \ln|x+1| = h(x)$

ومنه المستقيم (Δ) **ذو المعادلة** $x = -1$ **محور تناظر للمنحنى** (C_h)

ب - لدينا من أجل كل x **من** $I =]-1;1[\cup]1;+\infty[$ ، $|x+1| = x+1$ **ومنه** $h(x) = f(x)$

ج- <u>رسم</u> (C_h)**:** **ينطبق على** (C_f) **في المجال** $I =]-1;1[\cup]1;+\infty[$ **و** (C_h) **متناظر بالنسبة للمستقيم** (Δ)